**অনুক্রম ও ধারা**

**১. নিচের অনুক্রমগুলো সমান্তর, গুণোত্তর, ফিবোনাচ্চি নাকি কোনোটিই নয়? কেন? সাধারণ পদ নির্ণয়সহ ব্যাখ্যা করো।**

**(i) 2, 5, 10, 17,……**

**সমাধানঃ** এটি সমান্তর নয় কারণ এর সাধারণ অন্তর ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ – ১ম পদ = 5 – 2 = 3

৩য় পদ – ২য় পদ = 10 – 5 = 5

আবার,

এটি গুণোত্তর নয় কারণ এর সাধারণ অনুপাত ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = 5 ÷ 2 = 2.5

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = 10 ÷ 5 = 2

এটি ফিবোনাক্কি নয় কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্বর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান নয়। যেমনঃ

১ম পদ + ২য় পদ = 2+5 ≠ 10 (৩য় পদ);

২য় পদ + ৩য় পদ = 5+10 ≠ 17 (৪র্থ পদ)

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

লক্ষ করি,

প্রদত্ত অনুক্রমঃ  2,     5,     10,     17,……

১ম পার্থক্যঃ           3      5      7

২য় পার্থক্যঃ              2       2

এখান থেকে লিখতে পারি,

(৩য় পদ – ২য় পদ) + 2 + ৩য় পদ = ৪র্থ পদ

বা, ২×৩য় পদ – ২য় পদ + 2 = ৪র্থ পদ

বা, 2.a3– a2 + 2 = a4

বা, an = 2an-1 – an-2 + 2 [নির্নেয় সাধারন পদ]

**(ii) 2, 7, 12, 17,……**

**সমাধানঃ** এটি সমান্তর কারণ এর সাধারণ অন্তর অভিন্ন।যেমনঃ

২য় পদ – ১ম পদ = 7 – 2 = 5

৩য় পদ – ২য় পদ = 12 – 7 = 5

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d হলে সমান্তান্তর অনুক্রমের **বীজগণিতীয় রূপঃ** a, a+d, a+2d, a+3d ……

এই অনুসারে, nতম পদ, an = a+(n-1)d = 2+(n-1)5 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

**(iii) -12, 24, -48, 96,……**

**সমাধানঃ** এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = 24 ÷ (-12) = -2

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = (-48) ÷ 24 = -2

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের **বীজগণিতীয় রূপঃ** a, ar, ar2, ar3,…

এই অনুসারে, nতম পদ, an = arn-1= -12.(-2)n-1 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

**(iv) 13, 21, 34, 55,……**

**সমাধানঃ** এটি ফিবোনাচ্চি কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্বর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান। যেমনঃ

৩য় পদ = ১ম পদ + ২য় পদ = ১৩+২১ = ৩৪

৪র্থ পদ = ২য় পদ + ৩য় পদ = ২১+৩৪ = ৫৫

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

পদ কে F দ্বারা চিহ্নিত করলে,

সুত্রমতে n তম পদ, Fn = Fn-1 + Fn-2 [নির্ণেয় সাধারন পদ]

**(v) 5, -3, 9/5, -27/25,……**

**সমাধানঃ** এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = (-3) ÷ 5 = -3/5

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = 9/5 ÷ (-3) = -3/5

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

এখানে, ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের **বীজগণিতীয় রূপঃ** a, ar, ar2, ar3,…

এই অনুসারে, nতম পদ, an = arn-1= 5.(-3/5)n-1 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

**(vi) 1/3 , 2/3 , 4/3 , 8/3 ,…**

**সমাধানঃ** এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ ২য় পদ ÷ ১ম পদ = 2/3 ÷ 1/3 = 2

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = 4/3 ÷ 2/3 = 2

**সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ**

এখানে, ১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের **বীজগণিতীয় রূপঃ** a, ar, ar2, ar3,…

এই অনুসারে, nতম পদ, an = arn-1= 1/3.2n-1 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

**২. নিচের অনুক্রমগুলোর শূন্যস্থান পূরণ করো।**

**(i) 2, 9, 16, \_\_\_\_ , \_\_\_\_ , 37, \_\_\_\_.**

**(ii) -35, \_\_\_\_ , \_\_\_\_ , -5, 5, \_\_\_\_.**

**(iii) \_\_\_\_ , \_\_\_\_ , \_\_\_\_, 5, -4, \_\_\_\_.**

**(iv) \_\_\_\_ , 10x2 , 50x3 , \_\_\_\_ , \_\_\_\_.**

**সমাধানঃ (i) 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44.**

[**Hint:** an = a+(n-1)d সূত্রমতে]

**(ii) -35, -25, -15, -5, 5, 15.**

[**Hint:** an = a+(n-1)d সূত্রমতে]

**(iii) 32, 23, 14, 5, -4, -13.**

[**Hint:** an = a+(n-1)d সূত্রমতে]

**(iv) 2x, 10x2 , 50x3 ,250x3, 1250x4,**

[**Hint:** an = arn-1 সূত্রমতে]

**৩. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।**

[বি.দ্রঃ আমরা এই ছকেই সমাধানের ফল দ্বারা খালি ঘরগুলো পূরণ করে দিয়েছি, আর নিন্মে সমাধানের পদ্ধতি বিস্তারিত দেয়া হয়েছে।]

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ক্রমিক নং | ১ম পদ a | সাধারণ অন্তর d | পদসংখ্যা n | n তম পদ an | Sn |
| i. | 2 | 5 | 10 | 47 | 245 |
| ii. | -37 | 4 | 10 | -1 | -190 |
| iii. | 29 | -4 | 14 | -23 | 42 |
| iv. | 34 | -2 | 13 | 10 | 286 |
| v. | ¾ | ½ | 15 | 31/4 | 255 |
| vi. | 9 | -2 | 18 | -25 | -144 |
| vii. | 7 | 7/3 | 13 | 35 | 1820/3 |
| viii. | -4 | 7 | 25 | 164 | 2000 |
| ix. | 8 | -¾ | 15 | -5/2 | 165/4 |
| x. | 2 | 2 | 50 | 100 | 2550 |

**সমাধানঃ i)** n তম পদ an = a + (n - 1)d

= 2 + (10-1)5

= 2 + 9×5

= 2 + 45 = 47

সমষ্টি Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½×10{2×2+(10-1)5}

= 5 (4+9×5)

= 5×49 = 245

**ii.** [বি.দ্রঃ পাঠ্যবইয়ে Sn এর মান -180 দেওয়া আছে, আমরা যাচাই বাছাই করে পেয়েছি এটা -190 হলে গ্রহণযোগ্য হয় এবং সেই অনুসারে সমাধান দেয়া হলো। তোমাদের মতামত থাকলে আমাদের জানিও।]

আমরা জানি, Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 2Sn = n{2a + (n - 1)d}

বা, 2×-190 = n{2.-37 + (n - 1)4} [মান বসিয়ে]

বা, -380 = n(-74+4n-4)

বা, -380 = -74n+4n2-4n

বা, -190 = -37n+2n2-2n

বা, -190 = -39n+2n2

বা, -39n+2n2+190 = 0

বা, 2n2-39n +190 = 0

বা, 2n2-20n-19n +190 = 0

বা, 2n(n-10)-19(n-10)=0

বা, (2n-19)(n-10)=0

|  |  |
| --- | --- |
| 2n=19  বা, n= 9.5  [n এর মান ভগ্নাংশ হতে পারে না] | অথবা, n=10  n=10 |

আবার,

সূত্রমতে, an = a + (n - 1)d

বা, an = -37 + (10-1)4 [মান বসিয়ে]

বা, an = -37 + 9×4

বা, an = -37 + 36

an = -1

**iii.** আমরা জানি,

an = a + (n - 1)d

বা, -23 = 29 + (n - 1)×(-4) [মান বসিয়ে]

বা, -23 = 29 -4n+4

বা, 4n = -23-29-4

বা, 4n = -56

n = -56/4 = 14

আবার, আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, Sn =½.14{2×29 + (14 - 1)(-4)} [মান বসিয়ে]

বা, Sn =7{58 + 13(-4)}

বা, Sn =7(58-52)

বা, Sn =7×6

Sn =42

**iv)** আমরা জানি,

an = a + (n - 1)d

বা, 10 = a + (13-1)(-2) [মান বসিয়ে]

বা, 10 = a + 12×(-2)

বা, 10 = a – 24

বা, a = 10 + 24

a = 34

আবার,

আমরা জানি, Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, Sn = ½.13{2×34 + (13 - 1)(-2)} [মান বসিয়ে]

বা, Sn = ½.13{68 + 12(-2)}

বা, Sn = ½.13{68 - 24}

বা, Sn = ½.13×44

Sn = 286

**v)** আমরা জানি, an = a + (n - 1)d

বা, 31/4 = ¾ + (n-1)½ [মান বসিয়ে]

বা, 31 = 3 + (n-1).2 [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

বা, 31 = 3 + 2n – 2

বা, 31 = 2n + 1

বা, 2n = 31-1

বা, 2n = 30

n = 15

আবার, Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, Sn = ½.15{2×3/4 + (15 - 1)½}

বা, Sn = ½.15{3/2 + (14)½}

বা, Sn = ½.15{3/2 + 14/2}

বা, Sn = ½.15{17/2}

বা, Sn = 255

**vi)** আমরা জানি, Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 2Sn = n{2a + (n - 1)d}

বা, 2×-144 = n{2×9 + (n - 1)(-2)} [মান বসিয়ে]

বা, -288 = n(18-2n+2)

বা, -288 = 18n-2n2+2n

বা, -288 = 20n-2n2

বা, 20n-2n2+288 = 0

বা, -2n2+20n +288 = 0

বা, 2n2-20n-288 = 0

বা, n2-10n-144 = 0

বা, n2-10n-144 = 0

বা, n2-18n+8n-144 = 0

বা, n(n-18)+8(n-18)=0

বা, (n-18)(n+8)=0

|  |  |
| --- | --- |
| n=18 | অথবা, n=8  [গ্রহনযোগ্য নয়] |

আবার, an = a + (n - 1)d

বা, an = 9 + (18-1)(-2) [মান বসিয়ে]

বা, an = 9 + 17(-2)

বা, an = 9 - 34

an = -25

**vii)** আমরা জানি,

an = a + (n - 1)d

বা, 35 = 7 + (13 - 1)d [মান বসিয়ে]

বা, 35 = 7 +12d

বা, 12d = 35-7

বা, 12d = 28

d = 28/12 = 7/3

আবার, Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, Sn = ½.13{2×7 + (35 - 1)7/3} [মান বসিয়ে]

বা, Sn = ½.13{14 + (34)×7/3}

বা, Sn = ½.13(14 + 238/3)

বা, Sn = ½.13(42/3 + 238/3)

বা, Sn = ½.13(280/3)

বা, Sn = 3640/6

Sn = 1820/3

**viii)** আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 2000 = ½.25{2a + (25 - 1)7} [মান বসিয়ে]

বা, 2000 = ½.25(2a + 24×7)

বা, 2000 = ½.25(2a + 168)

বা, (2a + 168) = 2000×2/25

বা, 2a+168 = 160

বা, 2a = 160-168

বা, 2a = -8

a = -4

আবার,

an = a + (n - 1)d

an = -4 + (25 - 1)7 [মান বসিয়ে]

an = -4 + 24×7

an = -4 + 168

an = 164

**ix)** আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 165/4 = ½.15{2a + (15 - 1)(-¾)} [মান বসিয়ে]

বা, 165/4 = ½.15{2a + 14×(-¾)}

বা, 165/4 = ½.15(2a – 21/2)

বা, ½.15(2a – 21/2) = 165/4

বা, (2a – 21/2) = 11/2

বা, 2a = 11/2+ 21/2

বা, 2a = 32/2

বা, a = 32/4

বা, a = 8

আবার,

an = a + (n - 1)d

an = 8 + (15 - 1)(-¾) [মান বসিয়ে]

an = 8 + 14×(-¾)

an = 8 – 21/2

an = 16/2– 21/2

an = -5/2

**x)** আমরা জানি,

Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

বা, 2Sn = n{2a + (n - 1)d}

বা, 2×2550 = n{2.2 + (n - 1)2} [মান বসিয়ে]

বা, 5100 = n(4+2n-2)

বা, 5100 = 4n+2n2-2n

বা, 5100 = 2n+2n2

বা, 2550 = n+n2

বা, n + n2 + 2550 = 0

বা, n2+ n + 2550 = 0

বা, n2+51n-50n +2550 = 0

বা, n(n+51)-50(n+51)=0

বা, (n+51)(n-50)=0

|  |  |
| --- | --- |
| n=50  n=50 | অথবা, n=51  [গ্রহনযোগ্য নয়] |

আবার, an = a + (n - 1)d

বা, an = 2 + (50-1)2 [মান বসিয়ে]

বা, an = 2 + 49×2

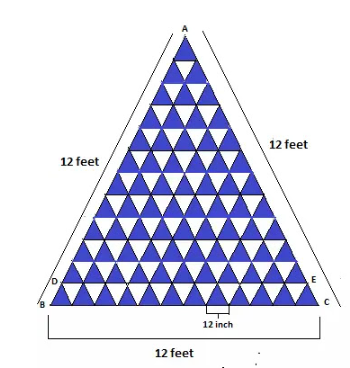
বা, an = 2 + 98

an = 100

**৪. তোমার পড়ার ঘরের মেঝেতে তুমি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতির একটি মোজাইক করতে চাও, যার বাহুর দৈর্ঘ্য 12 ফুট। মোজাইকে সাদা ও নীল রঙের টাইলস থাকবে। প্রতিটি টাইলস 12 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সুষম ত্রিভুজাকৃতি। টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসিয়ে মোজাইকটি সম্পুর্ণ করতে হবে।**

**ক) ত্রিভুজাকৃতির মোজাইকটির একটি মডেল তৈরি করো।**

**সমাধানঃ** আমি আমার ঘরে সমবাহু ত্রিভুজ আকৃতির একটা মোজাইক করতে চাই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ফুট। এবং এই মোজাইক করার জন্য আমি কতগুলো নীল ও কতগুলো সাদা টাইলস বেছে নিয়েছি যেখানে প্রতিটি টাইলস সমবাহু এবং বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ইঞ্চি। এখন টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসানোর জন্য আমি একটি মডেল তৈরি করেছি, মডেলটি নিন্মরুপঃ



**খ) প্রত্যেক রঙের কয়টি করে টাইলস লাগবে?**

**সমাধানঃ** সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু AB = BC = CA = 12 ফুট।

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

তাহলে, মডেল অনুসারে, ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু BC বরাবর স্থাপিত নীল টাইলস এর সংখ্যা = (12÷1) টি = 12 টি।

অর্থাৎ ১ম ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা a = 12

আবার,

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক ABC এর উচ্চতা=.12 ফুট।

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর উচ্চতা = .1ফুট।

তাহলে,

মডেলটিতে, মোট ধাপ সংখ্যা n=.12 ÷  .1 = 12

এবং, ADE এর উচ্চতা =.12-.1=.11 ফুট।

এখন আমরা জানি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা = .a, এই সূত্র অনুসারে.11 উচ্চতা বিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমবাহু হবে এবং যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 11 ফুট।

অর্থাৎ, DE = 11 ফুট।

তাহলে, DE বরাবর নীল টাইলস রাখা যাবে (11÷1)টি= 11 টি।

অর্থাৎ ২য় ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা = 11

তাহলে, সমান্তর ধারা অনুসারে, সাধারন অন্তর d= (11-12) = -1

সুতরাং,

মডেলটিতে মোট নীল টাইলস এর সংখ্যা Sn

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.12{2.12 + (12 - 1)(-1)}

= 6{24 + 11(-1)}

= 6(24 - 11)

= 6 ×13 = 78 টি

এখন আবার,

মডেল অনুসারে, DE বরাবর সাদা টাইলস আছে 11টি কারণ DE = 11 ফুট।

নীল টাইলসের ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত সকল সূত্র ও নিয়ম সাদা টাইলস এর ক্ষেত্রে ব্যবহার করলে সেক্ষেত্রে আমরা পাই,

a = 11, n = 11, d = -1

তাহলে, মোট সাদা টাইলস এর সংখ্যা Sn

= ½.n {2a + (n - 1)d}

= ½.11{2.11 + (11 - 1)(-1)}

= ½.11{22 + 10(-1)}

= ½.11 (22 - 10)

= ½.11×12

= 66 টি

**গ) মোট কতগুলো টাইলস প্রয়োজন হবে?**

**সমাধানঃ** সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহুর দৈর্ঘ্য=12 ফুট।

∴সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর ক্ষেত্রফল=বর্গ ফুট।

আবার,

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

∴ সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর ক্ষেত্রফল = √3/4.(1)2বর্গ ফুট।

অর্থাৎ,

সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক সম্পূর্ণ করতে সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস লাগবে

= (12)2 টি

= 144 টি।

**৫. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।**

[বি.দ্রঃ অনুক্রম ও ধারা অধ্যায়ের এই ৫ নং সমস্যার ছক পূরণ করেই প্রকাশ করা হলো। কিভাবে ছক এ উত্তর বসানো হয়েছে তা ছকের নিচে সূত্র সহকারে বিস্তারিত দেয়া হয়েছে।]

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ক্রমিক নং | ১ম পদ a | সাধারণ অনুপাত r | পদসংখ্যা n | nতম পদ an | সমষ্টি Sn |
| i. | 128 | ½ | 9 | ½ | 511/2 |
| ii. | 1 | -3 | 8 | -2187 | -1640 |
| iii. | 1/√2 | -√2 | 9 | 8√2 | (31/√2- 7) |
| iv. | 2 | -2 | 7 | 128 | 86 |
| v. | 2 | 2 | 7 | 128 | 254 |
| vi. | 12 | 2 | 7 | 768 | 1524 |
| vii. | 27 | 1/3 | 5 | 1/3 | 121/3 |
| viii. | 3 | 4 | 6 | 3072 | 4095 |

**সমাধানঃ**

**i) an = arn-1**

বা, ½ = 128(½)n-1 [মান বসিয়ে]

বা, (½)n-1 = 1/256

বা, (½)n-1 = (½)8

বা, n-1 = 8

n = 9

আবার,

Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, Sn = 128(1- ½9) ÷ (1- ½ ) [মান বসিয়ে..]

বা, Sn = 128(1- 1/512) ÷ ½

বা, Sn = 128(511/512)×2

Sn = 511/2

**ii) an = arn-1**

বা, -2187 = a(-3)8-1  [মান বসিয়ে..]

বা, -2187 = a(-3)7

বা, -2187 = -2187a

a = 1

এবং Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

Sn = 1{1-(-3)8} ÷ {1-(-3)} [মান বসিয়ে..]

Sn = (1-6561) ÷ 4

Sn = -6560 ÷ 4

Sn = -1640

**iii) an = arn-1**

বা, 8√2 = ()(-√2)n-1[মান বসিয়ে..]

বা, 8√2×√2 = (-√2)n-1

বা, 16 = (-√2)n-1

বা, (-√2)n-1 = (-√2)8

বা, n-1 = 8 n = 9

আবার, Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, Sn = (){1-(-√2)9} ÷ {1-(-√2)} [মান বসিয়ে]

বা, Sn = (){19-(-√2)9} ÷ {1-(-√2)}

বা, Sn = (2)[(13)3-{(-√2)3}3]÷ {1-(-√2)}

বা, Sn = ()[{(13-(-√2)3}{(13)2+13.(-√2)3+{(-√2)3}2]÷

{1-(-√2)}  [সূত্র a3-b3=(a-b)(a2+ab+b2 ব্যবহার করে]

বা, Sn = ()[{1-(-√2)}{12+1.(- √2)+(-√2)2}{1-2√2+8}]

÷{1-(-√2)} [সূত্র a3-b3=(a-b)(a2+ab+b2 ব্যবহার করে]

বা, Sn = ()[{1-(-√2)}(1- √2+2){1-2√2+8}÷{1-(-√2)}

বা, Sn = ()(1- √2+2) (1-2√2+8)

বা, Sn = ()(1- √2+2 - 2√2 + 4 +4√2 + 8- 8√2+ 16)

বা, Sn = ()(-7√2 + 31)

বা, Sn = ()(31- 7√2)

Sn = (- 7)

**iv) an = arn-1**

বা, 128 = a(-2)7-1

বা, 128 = a(-2)6

বা, 128 = 64a

a = 2

এবং, Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, Sn = 2{1-(-2)7} ÷ {1-(-2)}

বা, Sn = 2{1-(-128)} ÷ (1+2)

বা, Sn = 2(1+128) ÷ (1+2)

বা, Sn = 2×129 ÷ 3

Sn = 86

**v) Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)**

বা, 254 = 2(1-2n) ÷ (1-2)

বা, 254 = 2(1-2n) ÷ (-1)

বা, 254 = -2(1-2n)

বা, 1-2n = -127

বা, -2n = -128

বা, 2n = 128

বা, 2n = 27 n = 7

আবার, an = arn-1

বা, an = 2.27-1

an = 128

**vi)** **an = arn-1**

বা, 768 = 12rn-1

বা, rn-1=768/12

বা, rn-1=64

বা, rn/r=64

rn = 64r  …….(i)

আবার, Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, 1524 = 12(1-rn) ÷ (1-r)

বা, (1-rn) ÷ (1-r) = 1524/12

বা, (1-rn) ÷ (1-r) = 127

বা, (1-rn) = 127(1-r)

বা, 1-rn = 127-127r

বা, -rn = 127-127r - 1

বা, -rn = 126-127r

বা, rn = 127r – 126 ………(ii)

(i) ও (ii) থেকে পাই,

64r = 127r – 126

বা, 64r – 127r = 126

বা, 63r = 126

বা, r = 126/63

r = 2

এখন, r এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

2n=64×2

বা, 2n=128

বা, 2n = 27 n = 7

**vii) an = arn-1**

বা, 1/3 = 27(1/3)n-1

বা, 27(1/3)n-1 = 1/3

বা, (1/3)n-1 = 1/3×27

বা, (1/3)n-1 = 1/81

বা, (1/3)n-1 = (1/3)4

বা, n-1 = 4 n = 5

এবং, Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, Sn = 27{1-(1/3)5} ÷ (1-1/3)

বা, Sn = 27{1-1/243} ÷ (1-1/3)

বা, Sn = (27-27/243} ÷ (1-1/3)

বা, Sn = (27-1/9} ÷ (1-1/3)

বা, Sn = (243/9-1/9) ÷ (3/3-1/3)

বা, Sn = 242/9 ÷ 2/3

বা, Sn = 242/9 × 3/2

বা, Sn = 121/3

**viii) Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)**

বা, 4095 = a(1-46) ÷ (1-4)

বা, 4095 = a(1-4096) ÷ (-3)

বা, 4095 = a(-4095) ÷ (-3)

বা, 4095 = 1365a

বা, a = 4095/1365

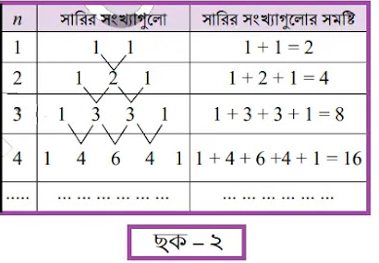
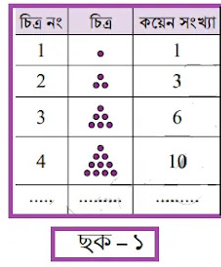
a = 3

আবার, an = arn-1

বা, an = 3.46-1

বা, an = 3.45

an = 3072

**৬.**

**ক) ছক- ১ এর অনুক্রমটি নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করো। অতঃপর ১০ম চিত্রটি গঠন করে কয়েন সংখ্যা নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** ছক – ১ এর অনুক্রমের চিত্রটি পর্যবেক্ষন করি। প্রতিটি চিত্রে, চিত্র সংখ্যার সমান সংখ্যক কয়েন এর সারি আছে, এক সারি থেকে অপর সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার 1 এবং ১ম সারিতে 1টি মাত্র কয়েন আছে।

তাহলে, ১০ম চিত্রে,

কয়েন এর সারি সংখ্যা n = 10

সারি থেকে সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার বা সাধারণ অন্তর d= 1

১ম সারিতে কয়েনের সংখ্যা a = 1

অতএব, ১০ম চিত্রে মোট কয়েন এর সংখ্যা Sn

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.10(2.1+(10-1)1

= 5(2+9.1)

= 5(2+9)

= 5×11

= 55

ফলে, দশম পদ 55 এর জন্য চিত্রটি নিন্মরুপঃ

|  |
| --- |
| • •• ••• •••• ••••• •••••• ••••••• •••••••• ••••••••• •••••••••• |

**খ) প্রদত্ত তথ্যের আলোকে nতম চিত্রের কয়েন সংখ্যা নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** ছক – ১ এর অনুক্রমের চিত্রটি পর্যবেক্ষন করি। প্রতিটি চিত্রে, চিত্র সংখ্যার সমান সংখ্যক কয়েন এর সারি আছে, এক সারি থেকে অপর সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার 1 এবং ১ম সারিতে 1টি মাত্র কয়েন আছে।

তাহলে, n তম চিত্রে, কয়েন এর সারি সংখ্যা = n

সারি থেকে সারিতে কয়েনের বৃদ্ধির হার বা সাধারণ অন্তর d = 1

১ম সারিতে কয়েনের সংখ্যা a = 1

অতএব, N তম চিত্রে মোট কয়েন এর সংখ্যা Sn

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.n{2.1 + (n - 1)1}

= ½.n{2 + (n - 1)}

= ½.n(2 + n – 1)

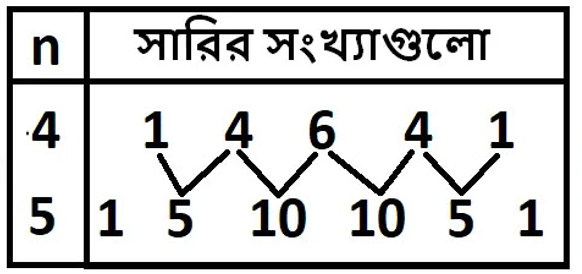
= ½.n(n + 1) [Ans.]

**গ) n = 5 হলে, ছক-২ এর ২য় কলামের সংখ্যাগুলো নির্ণয় করো এবং দেখাও যে, nতম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি 2n সূত্রকে সমর্থন করে।**

**সমাধানঃ** ছক – ২ পর্যবেক্ষন করে পাই,

প্রতিটি সারিতে ১ম ও শেষ সংখ্যা হলো 1 এবং মাঝের সংখ্যাগুলো হলো পূর্বের সারির পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার যোগফলের সমান।

সেই অনুসারে, n = 5 এর ক্ষেত্রে আমরা পাই,



অতএব, n = 5 হলে,

ছক-২ এর ২য় কলামের সংখ্যাগুলোঃ 1, 5, 10, 10, 5, 1

**nতম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টিঃ**

১ম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 2 = 21

২য় সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 4 = 22

৩য় সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 8 = 23

৪র্থ সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 16 = 24

∴ n তম সারির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = 2n [দেখানো হলো]

**ঘ) প্রতিটি সারির সমষ্টিগুলো নিয়ে একটি ধারা তৈরি করো এবং ধারাটির ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2046 হলে, n এর মান নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** প্রতিটি সারির সমষ্টিগুলো নিয়ে একটি ধারা তৈরি করা হলো যা নিন্মরুপঃ

2 + 4 + 8 + 16 + …………….

এখন, ধারাটিতে, ১ম পদ a = 2

সাধারণ অনুপাত r = 4 ÷ 2 = 2

পদসংখ্যা = n

সমষ্টি Sn = 2046

আমরা জানি, Sn = a(1-rn) ÷ (1-r)

বা, 2046 = 2(1-2n) ÷ (1-2)

বা, 2046 = 2(1-2n) ÷ (-1)

বা, 2046 = -2(1-2n)

বা, -2(1-2n) = 2046

বা, 1-2n = -1023

বা, -2n = -1023 – 1

বা, -2n = -1024

বা, 2n = 1024

বা, 2n = 210

n = 10

**৭. n এর মান নির্ণয় করো, যেখানে n ∈ N.**

[বিদ্রঃ ∑ এর উপর n এবং নিচে k=1 সাইটে লেখা না যাওয়ায় শুধুমাত্র ∑ দ্বারা প্রকাশ করেছি; তোমরা পাঠ্যপুস্তক অনুসারে লিখবে।]

**i) ∑ (20 - 4k) = -20**

**সমাধানঃ** এখানে, k = 1, 2, 3, ……. n

∵ (20– 4.1) +(20 – 4.2) + (20– 4.3) + … (20–4n)= -20

বা, 20n – 4(1+2+3+…..n) = -20

বা, 20n – 4.½.n{2.1 + (n - 1)1} = -20

[Sn= ½.n{2a + (n - 1) d} এর সূত্র প্রয়োগ করে]

বা, 20n – 2.n(2 + n – 1) = -20

বা, 20n – 2n(n + 1) = -20

বা, 20n – 2n2 – 2n = -20

বা, -2n2 + 18n = -20

বা, -2n2 + 18n + 20 = 0

বা, 2n2- 18n -20 = 0

বা, n2 – 9n – 10 = 0

বা, n2 – 10n + n – 10 = 0

বা, n(n-10) + 1(n-10) = 0

বা, (n+1)(n-10) = 0

|  |  |
| --- | --- |
| n+1 = 0  বা, n= -1  [n এর মান ঋনাত্মক হতে পারে না] | অথবা, n-10 = 0  n=10 |

**ii) ∑ (3k + 2) = 1105**

**সমাধানঃ** এখানে, k = 1, 2, 3, ……. n

∵ (3.1 + 2) + (3.2 + 2) +(3.3 + 2) +…+ (3.n + 2)  = 1105

বা, 3(1+2+3+……n) + 2n = 1105

বা, 3.½.n{2.1 + (n - 1).1} + 2n = 1105

[Sn= ½.n{2a + (n - 1)d} এর সূত্র প্রয়োগ করে]

বা, 3.½.n{2 + n - 1} + 2n = 1105

বা, 3.½.n(n + 1) + 2n = 1105

বা, 3.½.(n2 + n) + 2n = 1105

বা, 3.(n2 + n) + 4n = 2210

[উপয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, 3n2+3n+4n = 2210

বা, 3n2+7n – 2210 = 0

বা, 3n2-78n + 85n – 2210 = 0

বা, 3n(n-26) + 85(n – 26) = 0

বা, (n-26)(3n+85) = 0

|  |  |
| --- | --- |
| n-26 = 0  n= 26 | অথবা, 3n+85 = 0  3n = - 85  [ঋণাত্মক মান গ্রহণযোগ্য নয়] |

**iii) ∑ (-8). (0.5)k-1 = - -**

**সমাধানঃ** এখানে, k = 1, 2, 3, ……. n

∵(-8).(0.5)1-1+(-8).(0.5)2-1+(-8).(0.5)3-1+…+(-8).(0.5)n-1=-255/16

বা, (-8). {(0.5)0+ (0.5)1+ (0.5)2+…+ (0.5)n-1}= -255/16

বা, (-8). {(0.5)0 + (0.5)1+ (0.5)2+…+ (0.5)n-1}= -255/16

বা, (0.5)0 + (0.5)1+ (0.5)2+…+ (0.5)n-1= 255/128

বা, {(0.5)0}(1-0.5n) ÷ (1-0.5) = 255/128

[Sn = a(1-rn) ÷ (1-r) সূত্রমতে]

বা, 1.(1-0.5n) ÷ 0.5 = 255/128

বা, (1-0.5n) ÷ 0.5 = 255/128

বা, (1-½n) ÷ ½  = 255/128

বা, (1-½n) = 255/256

বা, -½n = 255/256- 1

বা, -½n = 255/256- 1

বা, -½n = -1/256

বা, ½n = 1/256

বা, ½n = ½8

n = 8

**iv) ∑ (3)k-1 = 3280**

**সমাধানঃ** এখানে, k = 1, 2, 3, ……. n

∵ (3)1-1 + (3)2-1 + (3)3-1 +……… +(3)n-1 = 3280

বা, (3)0 + (3)1 + (3)2 +……… +(3)n-1 = 3280

বা, (3)0.(1-3n) ÷ (1-3) = 3280

বা, 1.(1-3n) ÷ (-2) = 3280

বা, (1-3n)  = 3280×(-2)

বা, 1-3n  = -6560

বা, -3n  = -6560-1

বা, -3n  = -6561

বা, 3n  = 6561

বা, 3n  = 38

n = 8

**৮. একটি সমান্তর ধারার প্রথম, দ্বিতীয় ও ১০তম পদ যথাক্রমে একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম, চতুর্থ ও ১৭তম পদের সমান।**

**ক) সমান্তর ধারার ১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d এবং গুণোত্তর সাধারণ অনুপাত r হলে, ধারা দুইটি সমন্বয়ে দুইটি সমীকরণ গঠন করো।**

**সমাধানঃ** সূত্র অনুসারে,

সমান্তর ধারার ক্ষেত্রে nতম পদ an​=a+(n−1)d

গুণত্তর ধারার ক্ষেত্রে nতম পদ bn​=a⋅r(n−1)

প্রদত্ত সমান্তর ধারায়,

১ম পদ = a

২য় পদ = a+d

১০ম পদ = a+(10-1)d = a+9d

প্রদত্ত গুণোত্তর ধারায়,

১ম পদ = a

৪র্থ পদ = ar4-1 = ar3

১৭তম পদ = ar17-1= ar16

শর্ত অনুসারে,

a+d = ar3 [সমান্তরের ২য় পদ = গুণোত্তরের ৪র্থ পদ]

a+9d = ar16[সমান্তরের ১০ম পদ= গুণোত্তরের ১৭তম পদ]

∵ নির্ণেয় দুইটি সমীকরণঃ a+d = ar3 ও a+9d = ar16

**খ) সাধারণ অনুপাত r এর মান নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** ক হতে পাই, a+d = ar3

বা, 1+d/a = r3 [a দ্বারা ভাগ করে]

বা, r = 3√(1+d/a) …..(i)

**গ) গুণোত্তর ধারাটির ১০তম পদ 5120 হলে, a ও d এর মান নির্ণয় করো।**

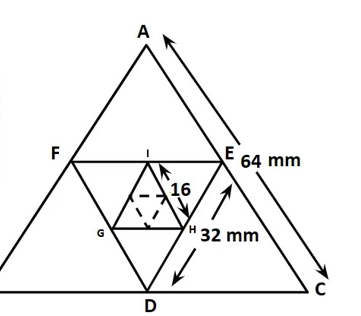
**সমাধানঃ** পরে দেয়া হবে…..

**ঘ) সমান্তর ধারাটির ১ম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** পরে দেয়া হবে…..

**৯. একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো।ওই ত্রিভুজের বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকো। এইভাবে পর্যায়ক্রমে ১০টি ত্রিভুজ অঙ্কন করলে এবং সর্ববহিস্থ ত্রিভুজটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 64 মিমি হলে, সবগুলো ত্রিভুজের পরিসীমার সমষ্টি কত হবে নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ**

B

একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC আঁকি যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 64 মিমি অর্থাৎ ABC ত্রিভুজের পরিসীমা = 3×64mm = 192mm. এখন ABC এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ DEF আঁকি। এখন আমরা জানি, ত্রিভূজের যেকোনো দুইটি বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা উহার তৃতীয় বাহুর অর্ধেক। তাহলে, DF = ½AC = ½×64mm = 32mm.  এখন, যেহেতু অঙ্কিত DEF সমবাহু ত্রিভুজ সেহেতু DE=EF=DF=32mm অর্থাৎ DEF এর পরিসীমা = 3×32mm = 96mm. আবার, DEF এর বাহুগুলোর মধ্যবিন্দু সংযোগ করে আরেকটি সমবাহু ত্রিভুজ GHI আঁকি। তাহলে, GH=HI=IG= ½×32mm = 16mm অর্থাৎ GHI এর পরিসীমা = 3×16mm = 48mm. একইভাবে পর্যায়ক্রমে ১০টি ত্রিভুজ আঁকি।

এখন, এইভাবে পর্যায়ক্রমে যদি অসীম ত্রিভুজ আঁকা হয় তাহলে আমরা ত্রিভুজগুলোর পরিসীমাগুলোকে একটি ধারা আকারে লিখতে পারি যা নিন্মরুপঃ

192 + 96 + 48 + ………

ধারাটিতে, ১ম পদ a = 192

সাধারন অনুপাত r = 96 ÷ 192 = ½

তাহলে, এই ধারার nতম পদের সমষ্টি Sn

= a(1-rn) ÷ (1-r)

= 192(1- ½n) ÷ (1- ½)

শর্তানুসারে, অঙ্কিত ত্রিভুজ সংখ্যা 10 অর্থাৎ n=10 এর ক্ষেত্রে, ধারাটির সমষ্টি

= 192(1- ½10) ÷ (1- ½)

= 192(1- ½10) ÷ ½

= 384(1- ½10)

= 384(1- 1/1024)

= 384 - 384/1024

= 384 - 3/8

=

=   মি.মি. (Ans.)

**১০. শাহানা তার শিক্ষা প্রতিষ্ঠানে একটি চারা গাছ রোপণ করল। এক বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা 1.5 ফুট হলো। পরবর্তী বছর এর উচ্চতা 0.75 ফুট বৃদ্ধি পেল। প্রতি বছর গাছটির উচ্চতা পূর্বের বছরের বৃদ্ধিপ্রাপ্ত উচ্চতার 50% বাড়ে। এভাবে বাড়তে থাকলে 20 বছর পরে গাছটির উচ্চতা কত ফুট হবে?**

**সমাধানঃ** ১ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা = 1.5 ফুট

২ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল = 0.75 ফুট

৩ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল= 0.75 এর 50%

= 0.375 ফুট

৪ বছর পর চারা গাছটির উচ্চতা বৃদ্ধি পেল= 0.375এর 50%

= 0.1875 ফুট

তাহলে, উচ্চতা বৃদ্ধির ধারাঃ 0.75 + 0.375 + 0.1875 + ……

এখানে, a =0.75; r = 0.375 ÷ 0.75 =0.1875 ÷ 0.375 = ½;

এবং, n = 19 কারণ গাছের বৃদ্ধি ২য় বছর থেকে শুরু হয়।

তাহলে, nতম বছরে গাছের মোট বৃদ্ধির পরিমাণ Sn

= a(1-rn) ÷ (1-r)

= 0.75(1- ½19) ÷ (1- ½)

= 0.75(1- ½19) ÷ ½

 = 1.5(1- ½19)

  = 1.5(1- 1/524288)

= 1.5(524287/524288)

= 1.49999714 ফুট

তাহলে, ২০ বছরে গাছটির উচ্চতা হবে

= ১ম বছরেরের গাছের উচ্চতা + ১৯ বছরের গাছটির বৃদ্ধি

= 1.5 + 1.49999714 ফুট

= 2.99999714 ফুট

**১১. তুমি তোমার পরিবারের গত ছয় মাসের খরচের হিসাব জেনে নাও। প্রতি মাসের খরচকে একেকটি পদ বিবেচনা করে সম্ভব হলে একটি ধারায় রূপান্তর করো। তারপর নিচের সমস্যাগুলো সমাধানের চেষ্টা করো।**

**ক) ধারা তৈরি করা সম্ভব হয়েছে কী? হলে, কোন ধরনের ধারা পেয়েছ ব্যাখা করো।**

**সমাধানঃ** হ্যাঁ ধারা তোরি করা হয়েছে। আমি একটি সামন্তর ধারা পেয়েছি।

গত ছয় মাসে আমার পরিবারের খরচ নিন্মরুপঃ

|  |  |
| --- | --- |
| মাস | খরচ (টাকা) |
| ১ম | 6000 |
| ২য় | 6200 |
| ৩য় | 6400 |
| ৪র্থ | 6600 |
| ৫ম | 6800 |
| ৬ষ্ট | 7000 |

এখানে, a = 6000; d = 6200 – 6000 = 200; n = 6; অর্থাৎ এটি একটি সমান্তর ধারা।

**খ) ধারার সমষ্টিকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ করো।**

**সমাধানঃ** উপরোক্ত তথ্য হতে আমরা যে ধারাটি পাই তা নিন্মরুপঃ 6000 + 6200 + 6400 + ……

= 6000 + (6000+200) + (6000 + 200 + 200) + …

= a + (a+d) + (a+d+d) + …

[১ম পদ, 6000 = a, সাধারন অন্তর 200 = d ধরে]

= a + (a+d) + (a+2d) + … (a+nd)  [পদসংখ্যা n হলে]

= an + d{(1+2+3+… (n-1)}

= an + d.n/2(n-1)   [1+2+3+ …(n-1)=n/2(n-1) সূত্রমতে]

= 2an/2 + d.n/2(n-1)

= ½n{2a+(n-1)d}

= ধারার সমষ্টি Sn

অতএব, প্রাপ্ত সমীকরণ, Sn = ½.n{2a + (n - 1)d}

**গ) পরবর্তী ছয় মাসে সম্ভাব্য মোট কত খরচ হতে পারে তা নির্ণয় করো।**

**সমাধানঃ** উপরোক্ত তথ্য হতে,

পরবর্তি ১ম মাসের খরচ = 7000 + 200 = 7200

∵ পরবর্তী ছয় মাসের মোট খরচ

= ½.n{2a + (n - 1)d}

= ½.6{2.7000 + (6 - 1)200}

= 3(14000 + 5×200)

= 3(14000 + 1000)

= 3 × 15000

= 45000 টাকা।

**ঘ) পরিবারের মাসিক/বার্ষিক খরচ সম্পর্কে তোমার উপলব্ধিবোধ লিপিবদ্ধ করো।**

**সমাধানঃ** পারিবারিক খরচ সম্পর্কে আমার উপলব্ধি হলো বর্তমান বাজার ব্যবস্থায় আমাদের খরচ দিন দিন বৃদ্ধি পাচ্ছে।